

# Показникові нерівності

Гладунова В.Г.

# Означення

**Показникові нерівності –**

це нерівності, в яких невідоме

міститься в показнику степеня.

Приклади:  $3^x \leq 9$ ;  $2^x + 5 \cdot 2^{x+1} > 11$

**Найпростіші показникові  
нерівності – це нерівності виду:**

$$a^x > a^b$$

$$a^x \geq a^b$$

$$a^x < a^b$$

$$a^x \leq a^b$$

**де**  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b$  –*будь-яке*  
*число.*

При розв'язанні **найпростіших** нерівностей використовують **монотонність** показникової функції.

$$\left. \begin{array}{l} a^x \textcircled{>} a^b \\ a > 1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow x \textcircled{>} b \quad \left| \quad \left. \begin{array}{l} a^x \textcircled{>} a^b \\ 0 < a < 1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow x \textcircled{<} b$$

Для розв'язання більш складних показникових нерівностей використовуються ті ж способи, що і при розв'язанні показникових рівнянь.

# Найпростіші показникові нерівності

$$1). \quad 3^x > 9 \Leftrightarrow 3^x \textcircled{>} 3^2 \Leftrightarrow x \textcircled{>} 2$$

Відповідь :  $x > 2$ .

$$2). \quad \left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x \textcircled{>} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x \textcircled{<} 2$$

Відповідь :  $x < 2$ .

# Подвійні нерівності

$$\frac{1}{3} < 3^{3+x} < 9$$

$$3^{-1} < 3^{3+x} < 3^2$$

$3 > 1$ , то  $-1 < 3 + x < 2$

$$-1 - 3 < x < 2 - 3$$

$$-4 < x < -1$$

Відповідь:  $(-4; -1)$ .

# Розв'язування показникових нерівностей

Метод: Винесення за дужки степеня з меншим  
показникових

$$3^{x-3} + \frac{1}{3} \cdot 3^x > 10$$

$$3^{x-3} \left(1 + \frac{1}{3} \cdot 3^3\right) > 10$$

$$3^{x-3} (1 + 9) > 10$$

$$3^{x-3} \cdot 10 > 10 \quad | : 10$$

$$3^{x-3} > 1$$

$$3^{x-3} > 3^0$$

Та як  
 $3 > 1$ , то знак нерівності  
незмінним

$$x - 3 > 0$$

$$x > 3.$$

Відповідь:  $x > 3$

# Розв'язування показникових нерівностей

$$3 \cdot 9^x + 11 \cdot 3^x < 4$$

$$3 \cdot 3^{2x} + 11 \cdot 3^x - 4 < 0$$

$$3^x = t \quad (t > 0)$$

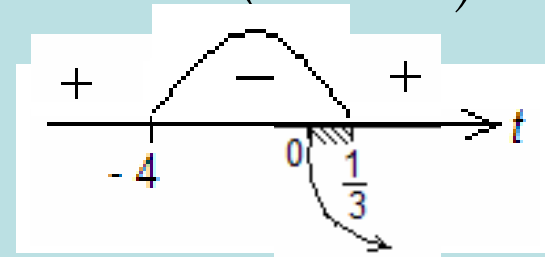
$$3t^2 + 11t - 4 < 0$$

$$D = 11^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-4) = 121 + 48 = 169 = 13^2$$

$$t_1 = \frac{-11 + 13}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$t_2 = \frac{-11 - 13}{6} = \frac{-24}{6} = -4$$

$$3(t + 4) \left( t - \frac{1}{3} \right) < 0$$



$$0 < t < \frac{1}{3}; 0 < 3^x < \frac{1}{3}$$

$$3^x < 3^{-1};$$

$3 > 1$ , то  $x < -1$ .

Відповідь:  $x < -1$ .