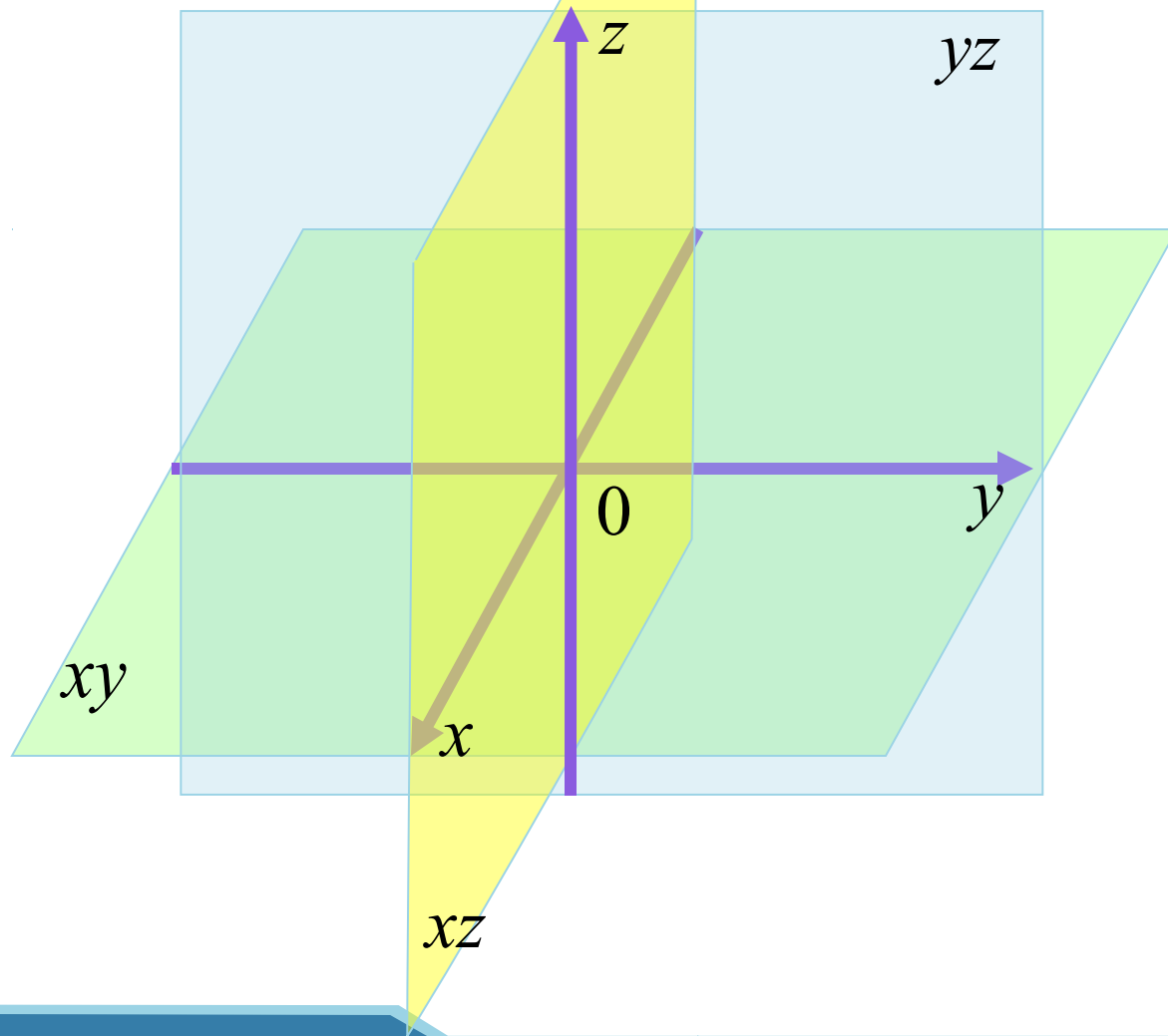
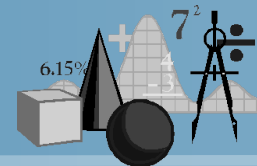


# Координати у просторі

*Мілаєнко О.В.*

*Донецький технічний ліцей*

# ПРЯМОКУТНА СИСТЕМА КООРДИНАТ В ПРОСТОРИ

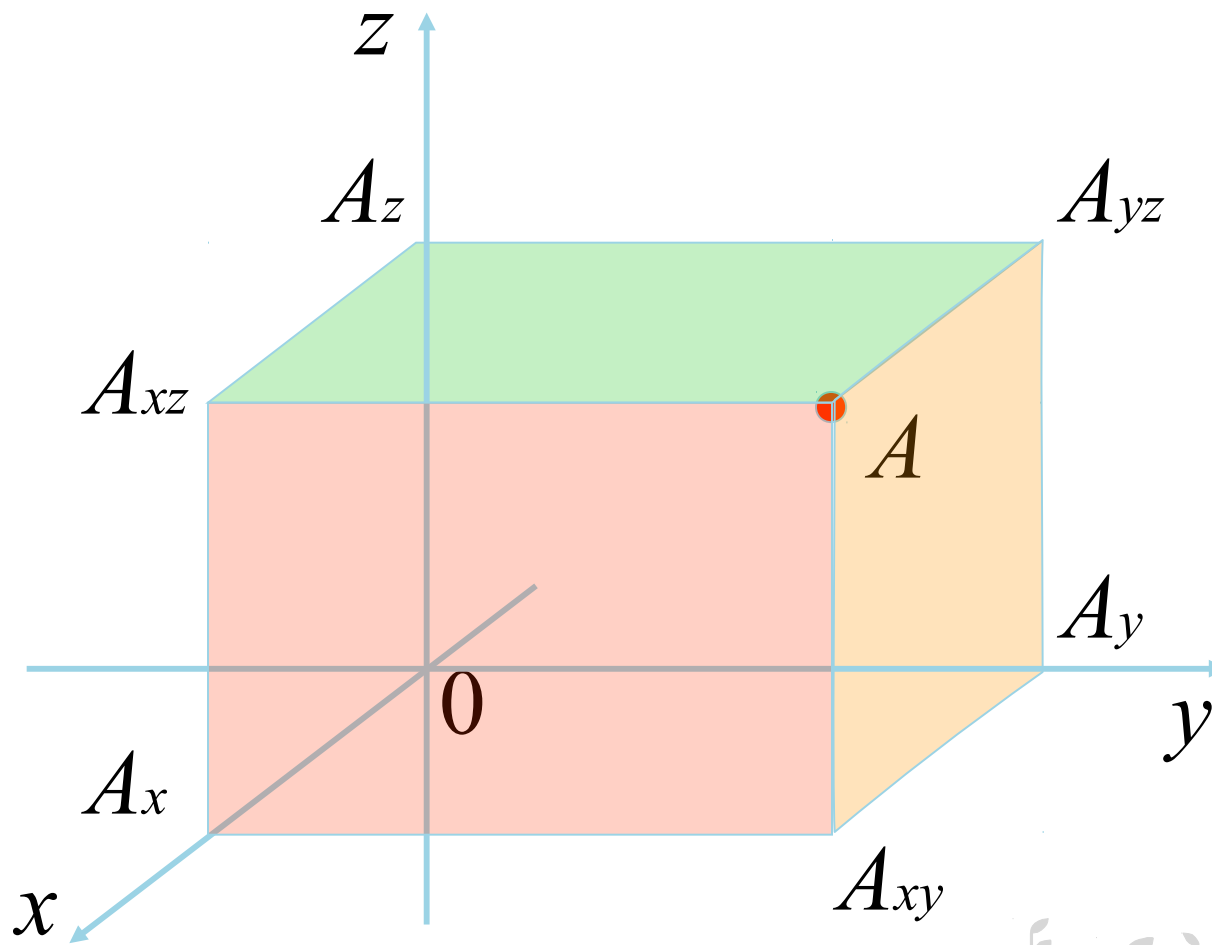
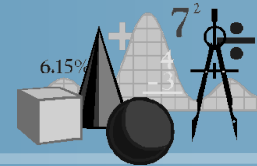


$x, y, z$  - три координатні попарно перпендикулярні прямі

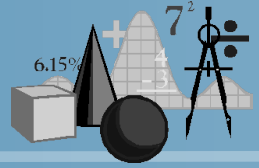
$xy, yz, xz$  - три координатні попарно перпендикулярні площини



# Координати точки та її проєкції на координатні прямі та площини



# Проекції точки на координатні прямі та площини



$A_x$   
 $A_y$   
 $A_z$

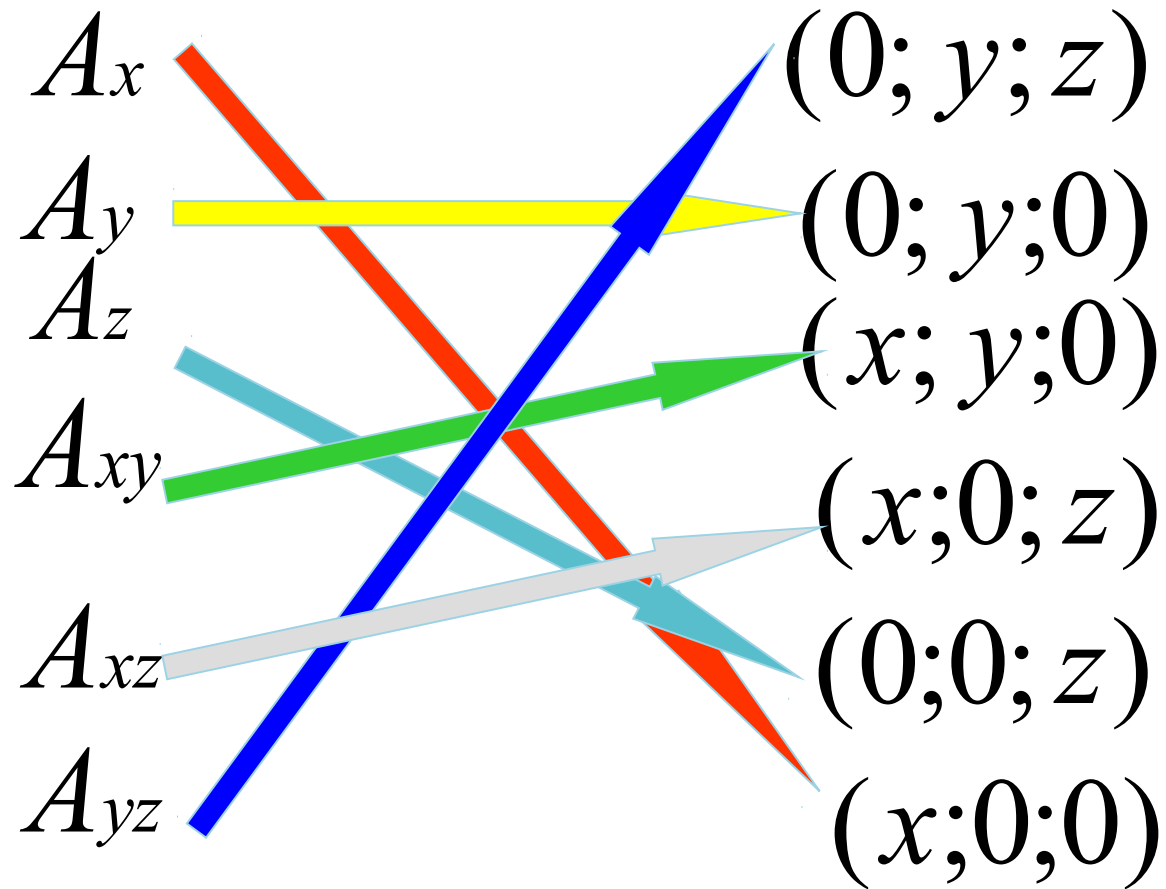
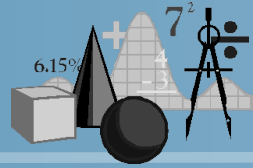
проекції точки на координатні прямі

$A_{xz}$   
 $A_{yz}$   
 $A_{xy}$

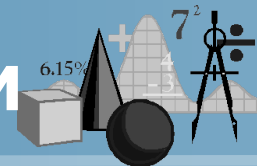
проекції точки на координатні  
площини



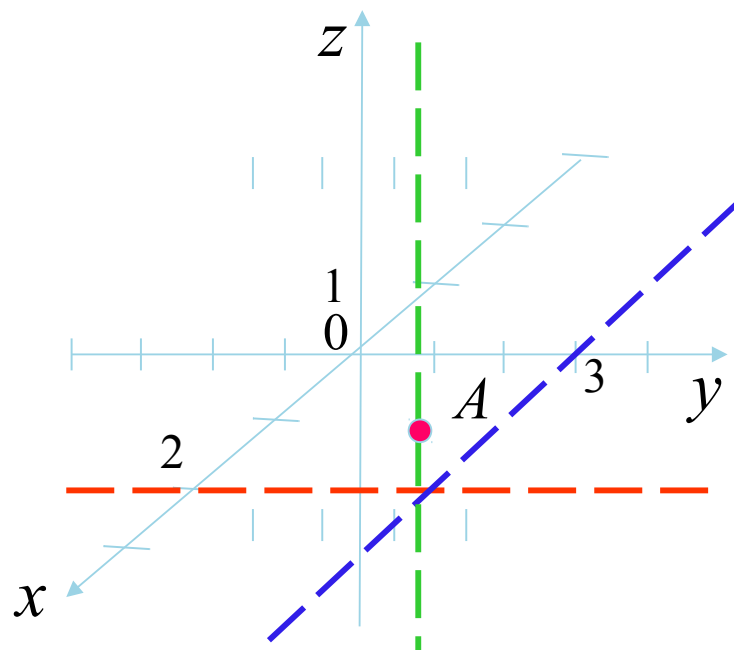
# Проекції точки на координатні прямі та площини



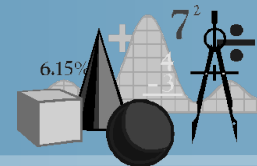
# Побудуйте точку за її координатами



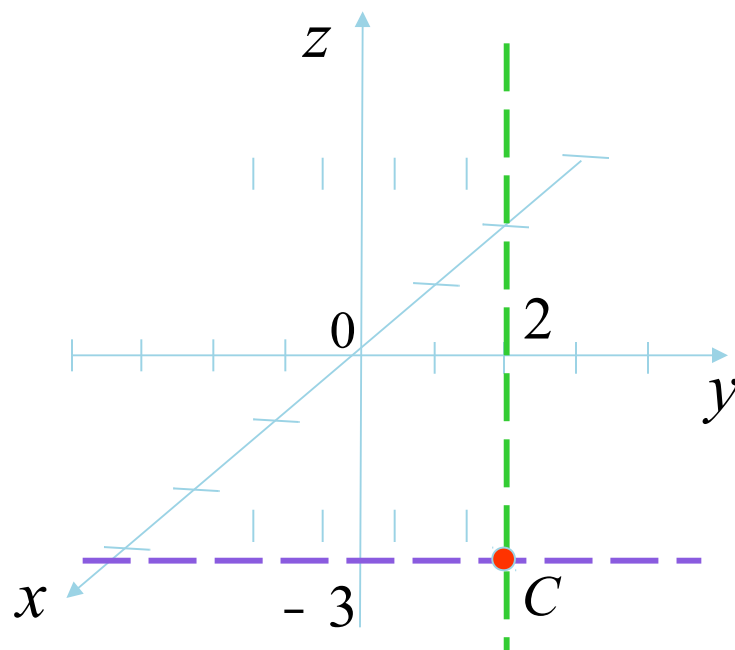
**A(2;3;1)**



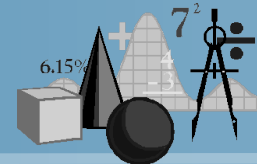
# Побудуйте точку за її координатами



**$C(0;2;-3)$**



# Відстані:



- Між точками

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2}$$

- Від точки до координатної площини

$$AA_{xy} = |z|$$

$$AA_{xz} = |y| \quad AA_{yz} = |x|$$

- Від точки до координатної осі

$$AA_x = \sqrt{y^2 + z^2}$$

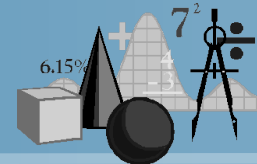
$$AA_y = \sqrt{x^2 + z^2}$$

$$AA_z = \sqrt{x^2 + y^2}$$





# Знайдіть відстань від точки $C(-1;3;7)$



до осі абсцис

$$CC_{yz} = |x| = |-1| = 1$$

до площини  $xy$

$$CC_x = \sqrt{z^2 + y^2} = \sqrt{49 + 9} = \sqrt{58}$$

до осі аплікат

$$CC_{xy} = |z| = |7| = 7$$

$$CC_y = \sqrt{x^2 + z^2} = \sqrt{1 + 49} = \sqrt{50} = 2\sqrt{5}$$

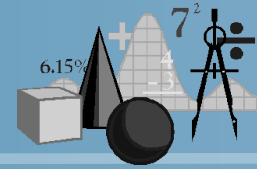
до площини  $yz$

$$CC_z = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

$$CC_{xz} = |y| = |3| = 3$$



# Знайдіть С - середину відрізка АВ



**A (2;3;4) і B (6; 5; 2)**

$$x_c = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$x_c = \frac{2 + 6}{2} = 4$$

$$y_c = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$$y_c = \frac{3 + 5}{2} = 4$$

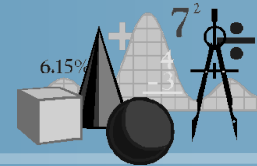
$$z_c = \frac{z_A + z_B}{2}$$

$$z_c = \frac{4 + 2}{2} = 3$$

**C(4;4;3)**



# Знайдіть O, якщо $AO:OB = 3:7$



**A (2;2;5)**

**B(2;3;6)**

$$x_O = \frac{1}{m+n} (nx_A + mx_B)$$

$$x_O = \frac{1}{10} (7 * 2 + 3 * 2) = 2$$

$$y_O = \frac{1}{m+n} (ny_A + my_B)$$

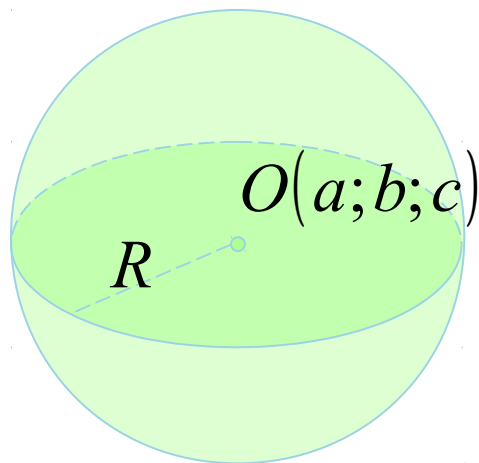
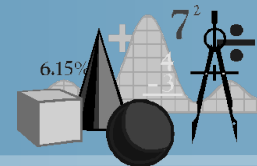
$$y_O = \frac{1}{10} (7 * 2 + 3 * 3) = 2,3$$

$$z_O = \frac{1}{m+n} (nz_A + mz_B)$$

$$z_O = \frac{1}{10} (7 * 5 + 3 * 6) = 5,3$$



# Рівняння у просторі

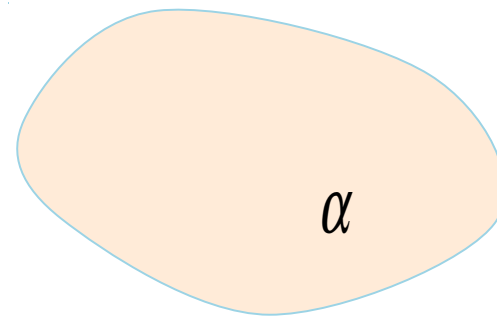


**сфери**

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$$

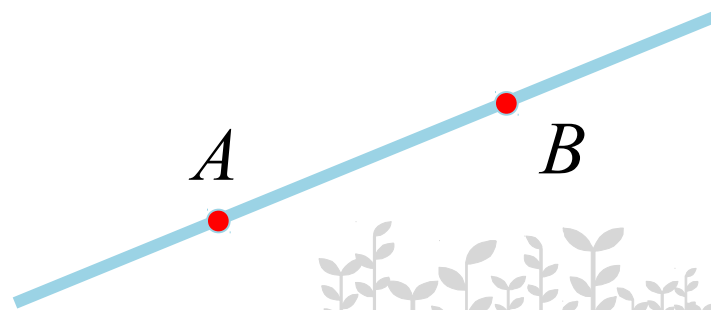
**ПЛОЩИНИ**

$$ax + by + cz + d = 0$$

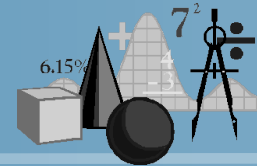


**прямой**

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{z - z_A}{z_B - z_A}$$



# Пряму задано рівнянням



$$\frac{x - 3}{5} = \frac{y - 4}{-3} = \frac{z + 2}{7}$$

**A(3;y;z) і B(13;y;z) точки  
прямої. Знайдіть y та z.**

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

$$\frac{3 - 3}{5} = \frac{y - 4}{-3} = \frac{z + 2}{7}$$

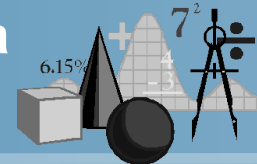
$$y = 4, \quad z = -2$$

$$\frac{13 - 3}{5} = \frac{y - 4}{-3} = \frac{z + 2}{7}$$

$$y = -2, \quad z = 12$$



Знайдіть координати точок, у яких площина, яка задана рівнянням  $2x - y + 3z + 6 = 0$ , перетинає координатні осі.



**Вісь абсцис**  
**площина перетинає**

$$(x; 0; 0)$$

**у точці**  $2x - 0 + 3 \cdot 0 + 6 = 0,$

$$x = -3, \quad (-3; 0; 0)$$

**Вісь ординат**  
**площина перетинає**

**у точці**  $(0; y; 0)$

$$2 \cdot 0 - y + 3 \cdot 0 + 6 = 0,$$

$$y = 6, \quad (0; 6; 0)$$

**Вісь аплікат**  
**площина**  
**перетинає**

**у точці**  $(0; 0; z)$

$$2 \cdot 0 - 0 + 3 \cdot z + 6 = 0,$$

$$z = -2, \quad (0; 0; -2)$$

**Відповідь.**

$$(-3; 0; 0)$$

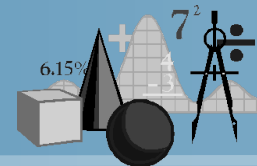
$$(0; 6; 0)$$

$$(0; 0; -2)$$



# Складіть рівняння сфери з радіусом

## 5 і з центром у точці



**A (1;2;3)**

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$$

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 5^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$$

**B(-1;3;5)**

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$$

$$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 5)^2 = 5^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 10z + 10 = 0$$

