

Підготуйтеся до контрольної роботи з теми «Системи рівнянь другого степеня».

Ця контрольна робота перевіряє ваші уміння розв'язувати системи рівнянь другого степеня графічним методом, методами підстановки та додавання, введенням нової змінної та ваше уміння складати за умовою задачі систему рівнянь другого степеня та розв'язувати її.

Розв'яжіть приклади, які містить зразок контрольної роботи, порівняйте свої розв'язування зі зразками.

Зразок контрольної роботи №3

№1 Розв'яжіть системи графічно:

$$1) \begin{cases} y = x^2 - 2x - 3, \\ y = 1 - 2x; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ y = x^2 - 7; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} y - x = 3, \\ xy = 4. \end{cases}$$

Розв'язання

$$1) \begin{cases} y = x^2 - 2x - 3, \\ y = 1 - 2x; \end{cases}$$

а) $y = x^2 - 2x - 3$ - рівняння параболи,

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2 \cdot 1} = 1,$$

$$y_0 = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = -4,$$

$(1; -4)$ - вершина параболи,

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	5	0	-3	-4	-3	0	5

б) $y = 1 - 2x$ - рівняння прямої,

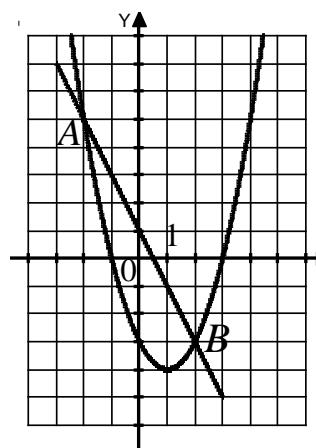
x	0	2
y	1	-3

$A(-2; 5)$, $B(2; -3)$ точки перетину цих ліній.

Перевірка показує, що $(-2; 5)$, $(2; -3)$ є розв'язками системи.

Відповідь. $(-2; 5)$, $(2; -3)$.

$$2) \begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ y = x^2 - 7; \end{cases}$$



а) $x^2 + y^2 = 13$ - рівняння кола з центром в точці (0;0) та радіусом $\sqrt{13}$ ($\sqrt{13}$ гіпотенуза прямокутного трикутника з катетами 3 та 2);

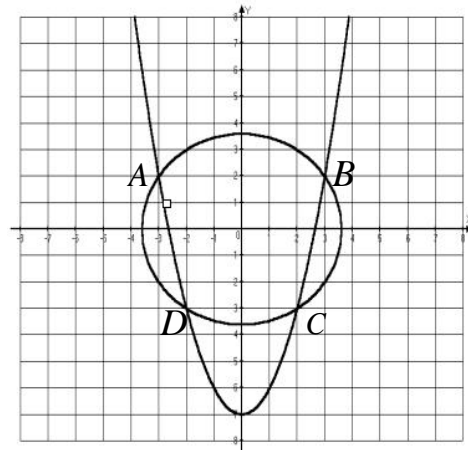
б) $y = x^2 - 7$ рівняння параболи,

$$x_e = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0,$$

$$y_e = 0^2 - 7 = -7,$$

(0;-7) - вершина параболи,

x	-2	-1	0	1	2
y	-3	-6	-7	-6	-3



A(-3;2), B(3;2), C(2;-3), D(-2;-3) - точки перетину цих ліній.

Перевірка показує, що (-3;2), (3;2), (2;-3), (-2;-3) є розв'язками системи.

Відповідь. (-3;2), (3;2), (2;-3), (-2;-3).

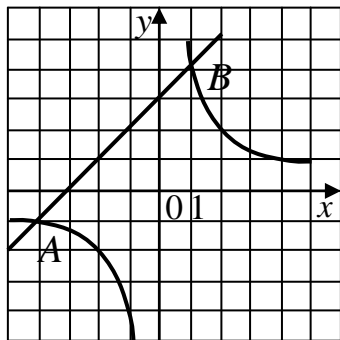
$$3) \begin{cases} y - x = 3, \\ xy = 4. \end{cases}$$

а) $y - x = 3$ рівняння прямої,

x	0	-3
y	3	0

б) $xy = 4$ - рівняння гіперболи $y = \frac{4}{x}$,

x	-4	-2	-1	1	2	4
y	-1	-2	-4	4	2	1



A(-4;1), B(1;4) - точки перетину цих ліній.

Перевірка показує, що (-4;1), (1;4) є розв'язками системи.

Відповідь. (-4;1), (1;4).

№2 Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} y^2 - 5x - 24 = 0, \\ x - y + 2 = 0. \end{cases}$ методом підстановки.

Розв'язання

$$\begin{cases} y^2 - 5(y - 2) - 24 = 0, \\ x = y - 2; \end{cases} \begin{cases} y^2 - 5y + 10 - 24 = 0, \\ x = y - 2; \end{cases} \begin{cases} y^2 - 5y - 14 = 0, \\ x = y - 2; \end{cases}$$

$$y^2 - 5y - 14 = 0,$$

$$y_1 + y_2 = -5, \quad y_1 = -7, \quad x_1 = -7 - 2 = -9,$$

$$y_1 y_2 = -14; \quad y_2 = 2; \quad x_2 = 2 - 2 = 0.$$

Відповідь. $(-9; -7), (0; 2)$.

№3 Розв'яжіть системи рівнянь методом додавання:

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ x^2 - y^2 = 3; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ xy = -6. \end{cases}$$

Розв'язання

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ x^2 - y^2 = 3; \end{cases}$$

додамо та віднімемо почленно рівняння системи, отримаємо

$$\begin{cases} (x^2 + y^2) + (x^2 - y^2) = 5 + 3, \\ (x^2 + y^2) - (x^2 - y^2) = 5 - 3; \end{cases} \begin{cases} 2x^2 = 8; | : 2 \\ 2y^2 = 2; | : 2 \end{cases} \begin{cases} x^2 = 4, \\ y^2 = 1; \end{cases} \begin{cases} \begin{cases} x_1 = 2, \\ x_2 = -2; \end{cases} \\ \begin{cases} y_1 = 1, \\ y_2 = -1; \end{cases} \end{cases} \begin{cases} \begin{cases} x = 2, \\ y = -1; \end{cases} \\ \begin{cases} x = -2, \\ y = 1; \end{cases} \\ \begin{cases} x = -2, \\ y = -1. \end{cases} \end{cases}$$

Відповідь. $(2; 1), (2; -1), (-2; 1), (-2; -1)$.

$$2) \begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ xy = -6; | \cdot 2 \end{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ 2xy = -12; \end{cases} \text{ додамо та віднімемо почленно рівняння системи,}$$

отримаємо

$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 1, \\ x^2 - 2xy + y^2 = 25; \end{cases} \begin{cases} (x + y)^2 = 1, \\ (x - y)^2 = 25; \end{cases} \begin{cases} x + y = \pm 1, \\ x - y = \pm 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} x + y = 1, \\ x - y = 5; \end{cases} \\ \begin{cases} x + y = 1, \\ x - y = -5; \end{cases} \\ \begin{cases} x + y = -1, \\ x - y = 5; \end{cases} \\ \begin{cases} x + y = -1, \\ x - y = -5; \end{cases} \end{cases} \begin{cases} \begin{cases} 2x = 6, \\ 2y = -4; \end{cases} \\ \begin{cases} 2x = -4, \\ 2y = 6; \end{cases} \\ \begin{cases} 2x = 4, \\ 2y = -6; \end{cases} \\ \begin{cases} 2x = -6, \\ 2y = 4; \end{cases} \end{cases} \begin{cases} \begin{cases} x = 3, \\ y = -2; \end{cases} \\ \begin{cases} x = -2, \\ y = 3; \end{cases} \\ \begin{cases} x = 2, \\ y = -3; \end{cases} \\ \begin{cases} x = -3, \\ y = 2. \end{cases} \end{cases}$$

Відповідь. $(3; -2), (-2; 3), (2; -3), (-3; 2)$.

№4

1) знайдіть два числа, сума яких дорівнює 20, а добуток 75.

Розв'язання

Нехай одне з цих чисел дорівнює x , а друге дорівнює y . Їх сума дорівнює за умовою 20, тому $x + y = 20$, а їх добуток дорівнює 75, тому $xy = 75$.

Складемо і розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x + y = 20, \\ xy = 75; \end{cases} \begin{cases} y = 20 - x, \\ x(20 - x) = 75; \end{cases} \begin{cases} y = 20 - x, \\ 20x - x^2 = 75; \end{cases} \begin{cases} y = 20 - x, \\ x^2 - 20x + 75 = 0; \end{cases}$$

$$x^2 - 20x + 75 = 0,$$

$$x_1 + x_2 = 20, \quad x_1 = 5, \quad y_1 = 20 - 5 = 15,$$

$$x_1 x_2 = 75; \quad x_2 = 15; \quad y_2 = 20 - 15 = 5;$$

Отже, це числа 5 та 15.

Відповідь. 5 та 15.

2) автомобіль долає відстань між двома містами на 36 хвилин швидше, ніж мотоцикл. Відстань між містами 180 км. Швидкість автомобіля на 15 км/год більша за швидкість мотоцикла. Знайдіть швидкість автомобіля та швидкість мотоцикла.

Розв'язання

$$36 \text{ хв} = \frac{36}{60} \text{ год} = \frac{3}{5} \text{ год}$$

	S	V	t
Автомобіль	180 км	x км/год ($x > 0$), більша на 15 км/год ніж	$\frac{180}{x}$ год, менше на $\frac{3}{5}$ год, ніж
Мотоцикл	180 км	y км/год ($y > 0$)	$\frac{180}{y}$ год

Складемо та розв'яжемо систему рівнянь

$$\begin{cases} x - y = 15, \\ \frac{180}{y} - \frac{180}{x} = \frac{3}{5}; \end{cases} \begin{cases} x = 15 + y, \\ \frac{60}{y} - \frac{60}{x} = \frac{1}{5}; \end{cases} \begin{cases} x = 15 + y, \\ \frac{60x - 60y}{xy} = \frac{1}{5}; \end{cases} \begin{cases} x = 15 + y, \\ 5(60x - 60y) = xy; \end{cases} \begin{cases} x = 15 + y, \\ 300x - 300y = xy; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 15 + y, \\ 300(15 + y) - 300y = (15 + y)y; \end{cases} \begin{cases} x = 15 + y, \\ 4500 + 300y - 300y = 15y + y^2; \end{cases} \begin{cases} x = 15 + y, \\ y^2 + 15y - 4500 = 0; \end{cases}$$

$$y^2 + 15y - 4500 = 0,$$

$y_1 = -75$ - не задовольняє умові,

$$y_2 = 60,$$

$$x = 60 + 15 = 75 \text{ (км/год)}.$$

Отже, швидкість автомобіля дорівнює 75 км/год, а мотоцикла 60 км/год.

Відповідь. Швидкість автомобіля дорівнює 90 км/год або 75 км/год, а мотоцикла 75 км/год або 60 км/год.

3) гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 13 см. Знайдіть його катети, якщо відомо, що один з них на 7 см більший від другого.

Розв'язання

Нехай один з катетів дорівнює x см, другий катет y см ($x > 0, y > 0$).

Нехай перший більший за другий на 7 см, тоді $x - y = 7$.

За теоремою Піфагора $x^2 + y^2 = 13^2$.

Складемо та розв'яжемо систему рівнянь

$$\begin{cases} y - x = 7, \\ x^2 + y^2 = 13^2; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 7 + x, \\ x^2 + (7 + x)^2 = 13^2; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 7 + x, \\ x^2 + x^2 + 14x + 49 = 169; \end{cases}$$

$$2x^2 + 14x - 120 = 0,$$

$$x^2 + 7x - 60 = 0,$$

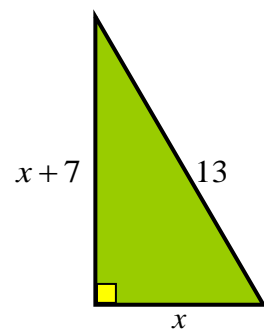
$$x_1 = -12 \text{ - не задовольняє умові,}$$

$$x_2 = 5.$$

$$y = 7 + 5 = 12.$$

Отже, один катет дорівнює 5 см, другий 12 см.

Відповідь. 5 см, 12 см.



4) прямокутний газон обмежує паркан, довжина якого 30 м. Площа газону 56 м^2 . Знайдіть довжини сторін газона?

Розв'язання

Нехай x м – довжина газона, y – його ширина.

Довжина паркана дорівнює периметру прямокутника,

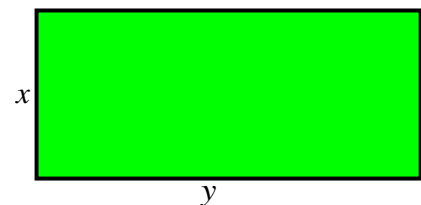
а площа газону дорівнює площі прямокутника.

$$P = 2(x + y), \quad S = xy, \text{ тому}$$

$$\begin{cases} 2(x + y) = 30, \\ xy = 56; \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 15, \\ xy = 56; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 15 - x, \\ x(15 - x) = 56; \end{cases}$$

$$15x - x^2 = 56,$$

$$x^2 - 15x + 56 = 0,$$



$$x_1 = 7, x_2 = 8;$$

$$\left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 7, \\ y_1 = 15 - 7 = 8; \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} x_2 = 8, \\ y_2 = 17 - 8 = 7; \end{array} \right. \end{array} \right.$$

отже, сторони цього газона прямокутної форми дорівнюють 7см та 8см.

Відповідь: 7 см, 8 см

Підготувались?

Тепер перевіримо ваші уміння.

Бажаю успіхів при виконанні контрольної роботи.

Контрольна робота №3

1. Розв'яжіть систему графічно $\begin{cases} xy = -6, \\ x^2 + y^2 = 13. \end{cases}$

2. Розв'яжіть системи:

1) $\begin{cases} x^2 + 3xy - y^2 = 3, \\ y + 4x = 6; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x^2 + y^2 = 4, \\ 3x^2 - y^2 = 2. \end{cases}$

3. Площа прямокутника дорівнює 120см^2 , а периметр – 46см. Знайдіть сторони прямокутника.

4. Швидкість першого велосипедиста на 3км/год більша від швидкості другого, тому, щоб проїхати 120км йому треба на 2 години менше, ніж другому. Знайдіть швидкості велосипедистів.

Виконані роботи чекаємо за адресами:

201 група elenamilaenko@ukr.net,

202 група pavel33@ukr.net.