

Підготуйтеся до другої контрольної роботи з теми «Степенева функція». Ця контрольна робота перевіряє ваші вміння розв'язувати ірраціональні рівняння та нерівності, обчислювати значення виразів, що містять корені  $n$ -го степеня та степені з дробовим показником, спрощувати вирази, що містять степені з дробовим показником та містять корені  $n$ -го степеня. Розв'яжіть приклади, які містить зразок контрольної роботи, порівняйте свої розв'язування зі зразками.

### Зразок контрольної роботи №5

1. Обчисліть:

$$1) \sqrt[6]{9-\sqrt{17}} \cdot \sqrt[6]{9+\sqrt{17}};$$

$$2) \sqrt[3]{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}}.$$

2. Розв'яжіть рівняння:

$$1) x + 4 = \sqrt{-x-4};$$

$$3) \sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = 2;$$

$$2) \sqrt{x^2-x-6} = \sqrt{-2x};$$

$$4) \sqrt[4]{x-1} + 2\sqrt{x-1} = 3.$$

3. Скоротіть дріб  $\frac{a-b}{ab^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}b}$ .

4. Розв'яжіть нерівність:

$$1) \sqrt{2x-1} > \sqrt{x+4},$$

$$3) 1-x \leq \sqrt{8x-9}.$$

$$2) 1-x > \sqrt{8x-9},$$

## Зразок розв'язування контрольної роботи №5

1. Обчисліть: 1)  $\sqrt[6]{9-\sqrt{17}} \cdot \sqrt[6]{9+\sqrt{17}}$ ; 2)  $\sqrt[3]{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}}$ .

*Розв'язування.*

$$1) \sqrt[6]{9-\sqrt{17}} \cdot \sqrt[6]{9+\sqrt{17}} = \sqrt[6]{(9-\sqrt{17})(9+\sqrt{17})} = \sqrt[6]{9^2 - (\sqrt{17})^2} = \sqrt[6]{81-17} = \sqrt[6]{64} = 2;$$

$$2) 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0, \text{ тому } \sqrt[3]{2-\sqrt{3}} = \sqrt[6]{(2-\sqrt{3})^2},$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}} &= \sqrt[6]{(2-\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}} = \sqrt[6]{2^2 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}} = \\ &= \sqrt[6]{4 - 4\sqrt{3} + 3} \cdot \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}} = \sqrt[6]{7-4\sqrt{3}} \cdot \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}} = \sqrt[6]{(7-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3})} = \sqrt[6]{7^2 - (4\sqrt{3})^2} = \\ &= \sqrt[6]{49 - 16 \cdot 3} = \sqrt[6]{1} = 1. \end{aligned}$$

2. Розв'яжіть рівняння: 1)  $x + 4 = \sqrt{-x-4}$ ;

$$2) \sqrt{x^2 - x - 6} = \sqrt{-2x};$$

$$3) \sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = 2;$$

$$4) \sqrt[4]{x-1} + 2\sqrt{x-1} = 3.$$

*Розв'язування.*

$$1) \sqrt{-x-4} = x+4,$$

$$\text{ОДЗ } -x-4 \geq 0, -x \geq 4, x \leq -4.$$

$$\text{УК } x+4 \geq 0, x \geq -4.$$

Єдине число, що задовольняє ОДЗ та УК (умова існування кореня) – це число -4, тому лише воно може бути коренем.

Перевіримо це:  $\sqrt{-(-4)-4} = -4+4$ ,  $\sqrt{4-4} = 0$ ,  $\sqrt{0} = 0$ ,  $0 = 0$ , отже  $x = -4$  корінь рівняння.

*Відповідь.* -4.

$$2) \sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = 2,$$

$$\text{ОДЗ } \begin{cases} x+4 \geq 0, \\ 6-x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq -4, \\ -x \geq -6; \end{cases} \begin{cases} x \geq -4, \\ x \leq 6; \end{cases} x \in [-4; 6].$$

$$\sqrt{x+4} = 2 + \sqrt{6-x},$$

$$(\sqrt{x+4})^2 = (2 + \sqrt{6-x})^2,$$

$$x+4 = 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{6-x} + (\sqrt{6-x})^2,$$

$$x+4 = 4 + 4\sqrt{6-x} + 6-x,$$

$$4\sqrt{6-x} = 2x-6,$$

$$2\sqrt{6-x} = x-3,$$

УІК  $x-3 \geq 0$ ,  $x \geq 3$ .

$$(2\sqrt{6-x})^2 = (x-3)^2,$$

$$4(6-x) = x^2 - 6x + 9,$$

$$24 - 4x = x^2 - 6x + 9,$$

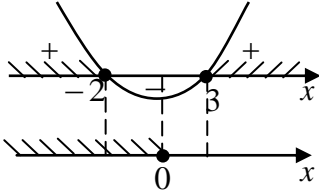
$$x^2 - 2x - 15 = 0,$$

$x_2 = -3$ , - не задовольняє УІК,

$$x_2 = 5.$$

Відповідь. 5.

$$3) \sqrt{x^2 - x - 6} = \sqrt{-2x},$$

1 спосіб	2 спосіб
<p>ОДЗ <math>\begin{cases} x^2 - x - 6 \geq 0, \\ -2x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x^2 - x - 6 \geq 0, \\ x \leq 0; \end{cases}</math></p> <p><math>x^2 - x - 6 = 0</math>, <math>x_1 = -2</math>, <math>x_2 = 3</math>.</p>  <p><math>x \in (-\infty; -2]</math></p> <p><math>(\sqrt{x^2 - x - 6})^2 = (\sqrt{-2x})^2,</math></p> <p><math>x^2 - x - 6 = -2x,</math></p> <p><math>x^2 + x - 6 = 0,</math></p> <p><math>x_1 = 2</math> не задовольняє ОДЗ,</p> <p><math>x_2 = -3.</math></p>	<p><math>\begin{cases} -2x \geq 0, \\ x^2 - x - 6 = -2x; \end{cases}</math></p> <p><math>\begin{cases} x \leq 0, \\ x^2 + x - 6 = 0; \end{cases}</math></p> <p><math>\begin{cases} x \leq 0, \\ \begin{cases} x_1 = -3, \\ x_2 = 2; \end{cases} \end{cases}</math></p> <p><math>x = -3.</math></p>

Відповідь.-3.

$$4)\sqrt[4]{x-1} + 2\sqrt{x-1} = 3,$$

ОДЗ  $x-1 \geq 0$ ,  $x \geq 1$ .

$$\sqrt[4]{x-1} = t, \quad t \geq 0, \quad \text{тоді } \sqrt{x-1} = \sqrt[4]{(x-1)^2} = \left(\sqrt[4]{x-1}\right)^2 = t^2,$$

тоді рівняння прийме вигляд

$$t + 2t^2 = 3,$$

$$2t^2 + t - 3 = 0,$$

$t_1 = -1,5$  - не задовольняє умові  $t \geq 0$ ,

$$t_2 = 1;$$

$$\sqrt[4]{x-1} = 1,$$

$$\left(\sqrt[4]{x-1}\right)^4 = 1^4,$$

$$x-1=1,$$

$$x=2.$$

Відповідь. 2.

3. Скоротіть дріб  $\frac{a-b}{ab^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}b}$ .

Розв'язування.

$$\frac{a-b}{ab^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}b} = \frac{\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2 - \left(b^{\frac{1}{2}}\right)^2}{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)} = \frac{\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)}{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)} = \frac{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}.$$

Відповідь.  $\frac{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}$ .

4. Розв'яжіть нерівність: 1)  $\sqrt{2x-1} > \sqrt{x+4}$ ,

$$2) 1-x > \sqrt{8x-9},$$

$$3) \sqrt{5-2x} < 6x-1.$$

Розв'язування.

$$1) \sqrt{2x-1} > \sqrt{x+4},$$

$$\begin{cases} 2x-1 \geq 0, \\ x+4 \geq 0, \\ (\sqrt{2x-1})^2 > (\sqrt{x+4})^2; \end{cases} \quad \text{ця система рівносильна слідкуючій} \quad \begin{cases} x+4 \geq 0, \\ 2x-1 > x+4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -4, \\ 2x-1 > x+4; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -4, \\ x > 5; \end{cases} \quad x \geq 5.$$

Відповідь.  $x \in [5; +\infty)$ .

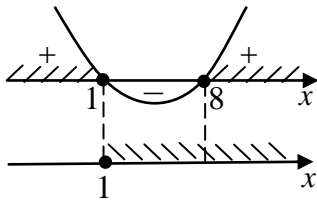
$$2) x-1 > \sqrt{7x-7},$$

$$\sqrt{7x-7} < x-1,$$

$$\begin{cases} 7x-7 \geq 0, \\ x-1 \geq 0, \\ (\sqrt{7x-7})^2 < (x-1)^2; \end{cases} \quad \begin{cases} 7x \geq 7, \\ x \geq 1, \\ 7x-7 < x^2-2x+1; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 1, \\ x \geq 1, \\ 0 < x^2-9x+8; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1, \\ x^2-9x+8 > 0; \end{cases}$$

$$x^2-9x+8=0, \quad x_1=1, \quad x_2=8;$$



$$x \in [8; +\infty) \cup \{1\}.$$

Відповідь.  $x \in [8; +\infty) \cup \{1\}$ .

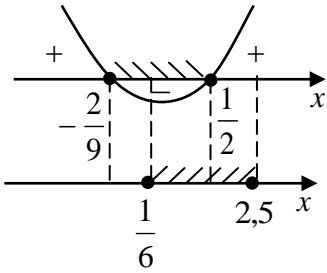
$$3) \sqrt{5-2x} > 6x-1,$$

$$\begin{cases} 5-2x \geq 0, \\ 6x-1 < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} -2x \geq -5, \\ 6x < 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 2,5, \\ x < \frac{1}{6}; \end{cases} \quad \begin{cases} x < \frac{1}{6}; \\ x \in \left[\frac{1}{6}; 2,5\right], \\ 36x^2-10x-4 < 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5-2x \geq 0, \\ 6x-1 \geq 0, \\ (\sqrt{5-2x})^2 > (6x-1)^2; \end{cases} \quad \begin{cases} -2x \geq -5, \\ 6x \geq 1, \\ 5-2x > 36x^2-12x+1; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 2,5, \\ x \geq \frac{1}{6}, \\ 0 > 36x^2-10x-4; \end{cases}$$

$$36x^2 - 10x - 4 = 0,$$

$$18x^2 - 5x - 2 = 0, \quad x_1 = -\frac{2}{9}x_2 = \frac{1}{2};$$



$$x \in \left[ \frac{1}{6}; \frac{1}{2} \right].$$

*Відповідь.*  $x \in \left( -\infty; \frac{1}{6} \right) \cup \left[ \frac{1}{6}; \frac{1}{2} \right].$

Підготувались?

Тепер перевіримо ваші уміння.

Бажаю успіхів при виконанні контрольної роботи.

### Контрольна робота №5

1. Обчисліть  $\sqrt[3]{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{5+2\sqrt{6}}$ .

2. Розв'яжіть рівняння:

1)  $\sqrt{x^2+x-12} = \sqrt{-3x}$ ;

2)  $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = 2$ .

3. Скоротіть дріб  $\frac{a-b^2}{a-a^{\frac{1}{2}}b}$ .

4. Розв'яжіть нерівність:

1)  $\sqrt{x-1} < \sqrt{x-7}$ ;

2)  $\sqrt{x-1} < x-7$ .

Виконані роботи чекаємо за адресами:

301 група [elenamilaenko@ukr.net](mailto:elenamilaenko@ukr.net),

303 група [pavel33@ukr.net](mailto:pavel33@ukr.net).