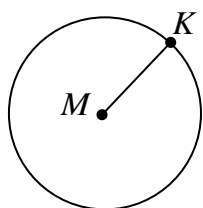


Підготуйтеся до контрольної роботи з теми «Координати та вектори на площині».

Розв'яжіть приклади, які містить зразок контрольної роботи, порівняйте свої розв'язування зі зразками.

Зразок контрольної роботи №3

№1 Составьте уравнение окружности, центр которой находится в точке $M(1;-3)$ и которая проходит через точку $K(-4;2)$.



Дано: коло,

$M(1;-3)$ – центр кола,

$K(-4;2)$ точка кола.

Скласти рівняння кола.

Розв'язання

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ рівняння кола,

$(a; b)$ - центр кола.

За умовою центр кола знаходиться в точці $M(1;-3)$, тому $a = 1, b = -3$.

MK – радіус кола.

За формулою відстані між двома точками

$$MK = \sqrt{(x_M - x_K)^2 + (y_M - y_K)^2},$$

$$MK = \sqrt{(1 - (-4))^2 + (-3 - 2)^2} = \sqrt{5^2 + (-5)^2} = \sqrt{50}.$$

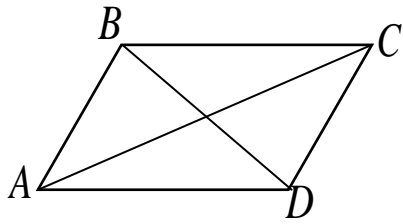
Рівняння даного кола має вигляд

$$(x - 1)^2 + (y - (-3))^2 = (\sqrt{50})^2,$$

$$(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 50.$$

Відповідь. $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 50$

№2 Найдите координаты вершины D параллелограмма ABCD, если $A(-2;3)$, $B(4;5)$, $C(2;1)$.



Дано: ABCD паралелограм,

A(-2;3),

B(4;5),

C(2;1).

Знайти D.

Розв'язання

1 спосіб

ABCD паралелограм, O – точка перетину діагоналей ABCD, за властивістю діагоналей паралелограма $AO=CO$, $BO=DO$, O –середина AC та BD.

Знайдемо координати точки O:

$$x_o = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-2+2}{2} = 0,$$

$$y_o = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{3+1}{2} = 2,$$

O(0;2).

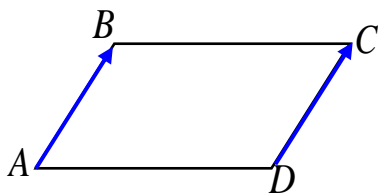
Знайдемо координати точки D:

$$x_o = \frac{x_B + x_D}{2}, \text{ звідси } 2x_o = x_B + x_D, x_D = 2x_o - x_B = 2 \cdot 0 - 4 = -4,$$

$$y_o = \frac{y_B + y_D}{2}, \text{ звідси } 2y_o = y_B + y_D, y_D = 2y_o - y_B = 2 \cdot 2 - 5 = -1,$$

D(-4;-1).

2 спосіб



ABCD паралелограм, тому $\overline{AB} = \overline{DC}$.

$$\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A),$$

$$\overline{AB} = (4 - (-2); 5 - 3),$$

$$\overline{AB}(6;2);$$

$$\overline{DC} = (x_C - x_D; y_C - y_D),$$

$$\overline{DC} = (2 - x_D; 1 - y_D);$$

$$\overline{AB} = \overline{DC}, \text{ тому } x_{\overline{AB}} = x_{\overline{DC}}, y_{\overline{AB}} = y_{\overline{DC}},$$

$$\text{отже } 6 = 2 - x_D, x_D = 2 - 6, x_D = -4,$$

$$2 = 1 - y_D, y_D = 1 - 2, y_D = -1.$$

Відповідь. D(-4;-1).

№3 Составьте уравнение прямой, проходящей через точки K(3;-2) и P(5;2)

Дано: K(3;-2), P(5;2).

Скласти рівняння КР.

Розв'язання

1 спосіб

Точки К і Р мають різні абсциси, тому пряма КР не є паралельною до осі ординат і її рівняння має вигляд $y = kx + b$. Пряма проходить через точки К і Р, тому

$$\begin{cases} -2 = k \cdot 3 + b, \\ 2 = k \cdot 5 + b; \end{cases} \begin{cases} 3k + b = -2, \\ 5k + b = 2; \end{cases} \begin{cases} 3k + b - (5k + b) = -2 - 2, \\ 5k + b = 2; \end{cases} \begin{cases} -2k = -4, \\ 5k + b = 2; \end{cases} \begin{cases} k = 2, \\ 5 \cdot 2 + b = 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} k = 2, \\ b = -8. \end{cases}$$

Тому $y = 2x - 8$.

2 спосіб

Рівняння прямої має вигляд $ax + by + c = 0$.

Пряма проходить через точки К і Р, тому

$$\begin{cases} a \cdot 3 + b \cdot (-2) + c = 0, \\ a \cdot 5 + b \cdot 2 + c = 0; \end{cases} \begin{cases} 3a - 2b + c = 0, \\ 5a + 2b + c = 0; \end{cases}$$

додамо та віднімемо рівняння системи

$$\begin{cases} 3a - 2b + c + 5a + 2b + c = 0, \\ 5a + 2b + c - (3a - 2b + c) = 0; \end{cases} \begin{cases} 8a + 2c = 0, \\ 2a + 4b = 0; \end{cases} \begin{cases} 2c = -8a, \\ 4b = -2a; \end{cases} \begin{cases} c = -4a, \\ b = -0,5a. \end{cases}$$

Тоді рівняння прямої має вигляд

$$ax - 0,5ay - 4a = 0, \text{ поділимо на } a,$$

$$x - 0,5y - 4 = 0,$$

$$x - 4 = 0,5y, \text{ помножимо на } 2,$$

$$y = 2x - 8.$$

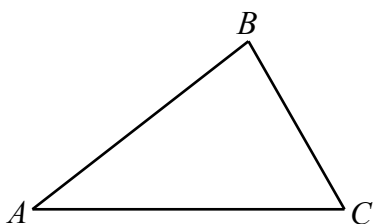
Відповідь. $y = 2x - 8$

№4 Начертите треугольник ABC. Постройте вектор:

1) $\overline{AC} + \overline{CB}$;

2) $\overline{BC} - \overline{BA}$;

3) $\overline{AB} + \overline{AC}$.



Дано: $\triangle ABC$.

Побудувати: 1) $\overline{AC} + \overline{CB}$;

2) $\overline{BC} - \overline{BA}$;

3) $\overline{AB} + \overline{AC}$.

Розв'язання

1)		$\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$
2)		$\overline{BC} - \overline{BA} = \overline{AC}$
3)	<p>O - середина BC, AO=OD, тому ABCD - паралелограм</p>	$\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{AD}$

№5 Даны векторы $\vec{a}(2;6)$ и $\vec{b}(-3;k)$. При каком значении k векторы \vec{a} и \vec{b} :

1) коллинеарные; 2) перпендикулярные.

Дано: $\vec{a}(2;6)$,

$\vec{b}(-3;k)$,

$$1) \vec{a} \parallel \vec{b};$$

$$2) \vec{a} \perp \vec{b}.$$

Знайти k .

Розв'язання

1) якщо $\vec{a} \parallel \vec{b}$, то їх відповідні координати пропорційні, тому $\frac{2}{-3} = \frac{6}{k}$, звідси

$$k = \frac{-3 \cdot 6}{2} = -9;$$

2) якщо $\vec{a} \perp \vec{b}$, то їх скалярний добуток дорівнює 0, тому $2 \cdot (-3) + 6k = 0$,

$$-6 + 6k = 0,$$

$$6k = 6,$$

$$k = 1.$$

Відповідь. 1)-9; 2)1.

№6 Докажіть, что четырехугольник ABCD с вершинами A(-2;1), B(2;5), C(5;2), D(1;-2) является прямоугольником.

Дано: ABCD чотирикутник,

$$A(-2;1), B(2;5), C(5;2), D(1;-2).$$

Довести: ABCD прямокутник.

Розв'язання

1 спосіб

1. AC та BD діагоналі ABCD. Нехай O_1 - середина AC, O_2 - середина BD.

Знайдемо координати O_1 та O_2 :

$$x_{O_1} = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-2 + 5}{2} = 1,5, \quad y_{O_1} = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1 + 2}{2} = 1,5,$$

$$O_1(1,5;1,5);$$

$$x_{O_2} = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{2 + 1}{2} = 1,5, \quad y_{O_2} = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{5 + (-2)}{2} = 1,5,$$

$$O_2(1,5;1,5).$$

Отже, O_1 співпадає з O_2 , тому діагоналі ABCD перетинаються та точкою перетину діляться навпіл, тому ABCD – паралелограм.

$$2. AC = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(-2 - 5)^2 + (1 - 2)^2} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2},$$

$$BD = \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} = \sqrt{(2 - 1)^2 + (5 - (-2))^2} = \sqrt{1 + 49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}.$$

Діагоналі паралелограма ABCD рівні, тому ABCD – прямокутник.

2 спосіб

$$\left. \begin{array}{l} 1. \overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A), \\ \overline{AB} = (2 - (-2); 5 - 1), \\ \overline{AB}(4;4); \\ \overline{DC} = (x_C - x_D; y_C - y_D), \\ \overline{DC} = (5 - 1; 2 - (-2)); \\ \overline{DC} = (4;4); \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{DC} \Rightarrow AB = CD \text{ та } AB \parallel CD.$$

Якщо у чотирикутника протилежні сторони рівні та паралельні, то цей чотирикутник є паралелограмом.

$$2. \overline{AD} = (x_A - x_D; y_A - y_D), \overline{AD} = (1 - (-2); -2 - 1), \overline{AD} = (3; -3);$$

$$\overline{AB} \cdot \overline{AD} = x_{\overline{AB}} x_{\overline{AD}} + y_{\overline{AB}} y_{\overline{AD}},$$

$$\overline{AB} \cdot \overline{AD} = 4 \cdot 3 + 4 \cdot (-3) = 0,$$

$$\overline{AB} \cdot \overline{AD} = 0, \text{ тому } \overline{AB} \perp \overline{AD}.$$

Отже в паралелограмі ABCD кут А є прямим, тому ABCD прямокутник.

Що і треба було довести.

Контрольна робота №3

№1 Составьте уравнение окружности, центр которой находится в точке E(1;-3) и которая проходит через точку P(-2;-5).

№2 Найдите координаты вершины С параллелограмма ABCD, если A(-3;-2), B(4;7), D(-2;-5).

№3 Составьте уравнение прямой, проходящей через точки M(-2;-2) и N(2;10).

№4 Начертите треугольник ABC. Постройте вектор:

1) $\overline{BA} + \overline{AC}$;

2) $\overline{CA} - \overline{CB}$;

3) $\overline{BC} + \overline{BA}$.

№5 Даны векторы $\overline{m}(p;4)$ и $\overline{n}(20;-10)$. При каком значении p векторы \overline{m} и \overline{n} :

- 1) коллинеарные;
- 2) перпендикулярные.

№6 Докажите, что четырехугольник ABCD с вершинами A(1;2), B(2;5), C(5;4), D(4;1) является прямоугольником.

Виконані роботи чекаємо за адресами:

201 група elenamilaenko@ukr.net,

202 група pavel33@ukr.net.

203 група uchitelan@mail.ru