# ВЕКТОРЫ

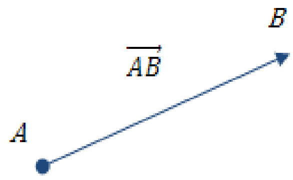
***Задание:***

по учебнику «Алгебра 9» А.Г.Мерзляк и др., Харьков, «Гимназия», 2009

1) прочитайте и законспектируйте п.12, 13, 14;
2) решите № 409, 411, 413, 417, 418, 419, 443, 445, 446, 447, 448, 450, 466, 468, 469, 470, 480, 481.

## СПРАВОЧНИК

**Вектор** – это величина, которая характеризуется числовым значением и направлением.

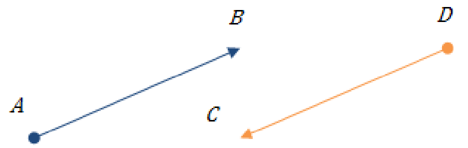



$\overrightarrow{AB}$ вектор, точка $A$ – **начало** вектора, а $B$ – его конец.

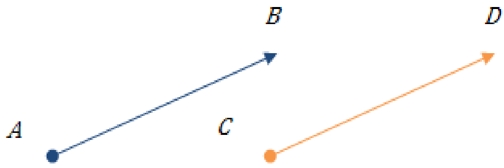
Векторы обозначают:, $\vec{a}$ или $\overrightarrow{AB}$.

Числовое значение вектора $\vec{a}$ называют **модулем** или длиной и обозначают $\left|\vec{a}\right|$.

Длина вектора – это длина отрезка, который изображает вектор.




Противоположно направленные векторы




Сонаправленные векторы

- $\bar{0}$ Нулевой вектор – вектор начало и конец которого совпадают.

**Коллинеарными** называют векторы, которые лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

Два вектора называются **равными**, если они имеют одинаковую длину и направление.

**Единичный вектор** (орт) – вектор, длина которого равна единице.

Числа $a_x = x_2 - x_1$, $a_y = y_2 - y_1$ называют **координатами вектора** $\vec{a}$ с началом в точке $A(x_1; y_1)$ и концом в точке $B(x_2; y_2)$.

**Примечание.** Все координаты нулевого вектора равны нулю.

**Примечание.** Векторы равны, если их соответствующие координаты равны.

Вектор с координатами $a_x$ и $a_y$ обозначают $\overrightarrow{(a_x; a_y)}$.

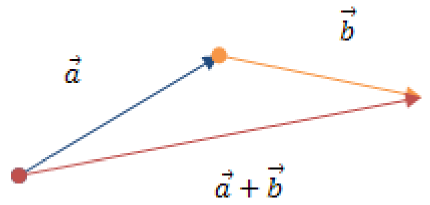
$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ - формула длины вектора $\overrightarrow{(a_x; a_y)}$.

## Действия над векторами.

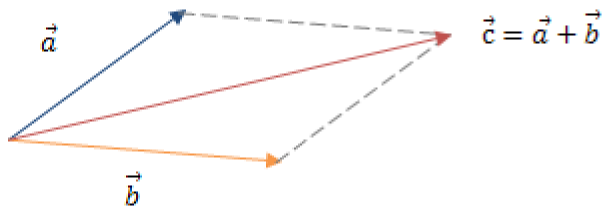
**Сумма векторов** $\vec{a}(a_x; a_y)$ и $\vec{b}(b_x; b_y)$ - это вектор $\vec{c}(a_x + b_x; a_y + b_y)$.

Геометрически сумму двух векторов можно найти по:

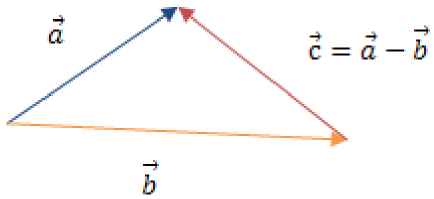
- правилу треугольника;




- правилу параллелограмма.




**Разностью векторов** $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называют такой вектор $\vec{c}$, который в сумме с $\vec{b}$ дает $\vec{a}$.




## СИСТЕМЫ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ

***Задание:***

по учебнику «Алгебра 9» А.Г.Мерзляк и др., Харьков, «Гимназия», 2009

1) прочитайте п.13;
2) решите № 457(1,2,4,5), 459(1), 461(1,2), 463(1,2)

по учебнику «Алгебра 9» Г.П. Бевз и др., Киев, «Зодиак-ЭКО», 2009

1) прочитайте §13;
2) решите № 539(б,г), 543(б,г), 546(б,г), 547(в,г)

## СПРАВОЧНИК

Примеры решения систем уравнений второй степени:

№1

$$\begin{cases} xy - x - y = 7, \\ xy + x - y = 13; \end{cases} \begin{cases} xy = 7 + x + y, \\ xy + x - y = 13; \end{cases} \begin{cases} xy = 7 + x + y, \\ 7 + x + y + x - y = 13; \end{cases} \begin{cases} xy = 7 + x + y, \\ 7 + 2x = 13; \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 7 + x + y, \\ 2x = 13 - 7; \end{cases} \begin{cases} xy = 7 + x + y, \\ 2x = 6; \end{cases} \begin{cases} 3y = 7 + 3 + y, \\ x = 3; \end{cases} \begin{cases} 3y - y = 10, \\ x = 3; \end{cases} \begin{cases} 2y = 10, \\ x = 3; \end{cases} \begin{cases} y = 5, \\ x = 3. \end{cases}$$

Ответ. $(3;5)$.

№2

$$\begin{cases} \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} = \dfrac{34}{15}, \\ x^2 + y^2 = 34; \end{cases} \quad \text{ОДЗ } x \neq 0, y \neq 0;$$

*1 способ*

1) $\dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} = \dfrac{34}{15}$, пусть $\dfrac{x}{y} = t$, тогда $\dfrac{y}{x} = \dfrac{1}{t}$ и данное уравнение примет вид

$$t + \frac{1}{t} = \frac{34}{15},$$

умножим обе части уравнения на $15t$, получим

$$15t^2 + 15 = 34t,$$

$$15t^2 - 34t + 15 = 0,$$

$$D = 1156 - 900 = 256, \; \sqrt{D} = 16, \; t_1 = \frac{34 - 16}{30} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}, \; t_2 = \frac{34 + 16}{30} = \frac{50}{30} = \frac{5}{3};$$

2) $t_1 = \dfrac{3}{5}$, то есть $\dfrac{x}{y} = \dfrac{3}{5}$,

$$\begin{cases} \dfrac{x}{y} = \dfrac{3}{5}, \\ x^2 + y^2 = 34; \end{cases} \begin{cases} 5x = 3y, \\ x^2 + y^2 = 34; \end{cases} \begin{cases} x = \dfrac{3}{5}y, \\ \left(\dfrac{3}{5}y\right)^2 + y^2 = 34; \end{cases} \begin{cases} x = \dfrac{3}{5}y, \\ \dfrac{9}{25}y^2 + y^2 = 34; \end{cases} \begin{cases} x = \dfrac{3}{5}y, \\ \dfrac{34}{25}y^2 = 34; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{3}{5}y, \\ y^2 = 34 : \dfrac{34}{25}; \end{cases} \begin{cases} x = \dfrac{3}{5}y, \\ y^2 = 25; \end{cases} \begin{cases} x = \dfrac{3}{5}y, \\ y = \pm 5; \end{cases} \left[ \begin{array}{l} \begin{cases} x = \dfrac{3}{5} \cdot 5, \\ y = 5; \end{cases} \\ \begin{cases} x = \dfrac{3}{5} \cdot (-5), \\ y = -5; \end{cases} \end{array} \right. \left[ \begin{array}{l} \begin{cases} x = 3, \\ y = 5; \end{cases} \\ \begin{cases} x = -3, \\ y = -5; \end{cases} \end{array} \right.$$

$t_2 = \frac{5}{3}$, то есть $\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$,

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{5}{3}, \\ x^2 + y^2 = 34; \end{cases} \begin{cases} 3x = 5y, \\ x^2 + y^2 = 34; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{5}{3}y, \\ \left(\frac{5}{3}y\right)^2 + y^2 = 34; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{5}{3}y, \\ \frac{25}{9}y^2 + y^2 = 34; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{5}{3}y, \\ \frac{34}{9}y^2 = 34; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5}{3}y, \\ y^2 = 34 : \frac{34}{9}; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{5}{3}y, \\ y^2 = 9; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{5}{3}y, \\ y = \pm 3; \end{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \frac{5}{3} \cdot 3, \\ y = 3; \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{5}{3} \cdot (-3), \\ y = -3; \end{cases} \end{array}\right. \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 5, \\ y = 3; \end{cases} \\ \begin{cases} x = -5, \\ y = -3. \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ. $(3;5), (-3;-5), (5;3), (-5;-3)$.

*2 способ*

$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{34}{15}, \\ x^2 + y^2 = 34; \end{cases} \begin{cases} \frac{x^2 + y^2}{yx} = \frac{34}{15}, \\ x^2 + y^2 = 34; \end{cases} \begin{cases} \frac{34}{yx} = \frac{34}{15}, \\ x^2 + y^2 = 34; \end{cases} \begin{cases} xy = 15, \\ x^2 + y^2 = 34; \end{cases} \begin{cases} 2xy = 30, \\ x^2 + y^2 = 34; \end{cases}$$

сложим и вычтем уравнения системы, получим

$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 64, \\ x^2 - 2xy + y^2 = 4; \end{cases} \begin{cases} (x + y)^2 = 64, \\ (x - y)^2 = 4; \end{cases} \begin{cases} x + y = \pm 8, \\ x - y = \pm 2; \end{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x + y = 8, \\ x - y = 2; \end{cases} \\ \begin{cases} x + y = -8, \\ x - y = 2; \end{cases} \\ \begin{cases} x + y = 8, \\ x - y = -2; \end{cases} \\ \begin{cases} x + y = -8, \\ x - y = -2; \end{cases} \end{array}\right. \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2x = 10, \\ 2y = 6; \end{cases} \\ \begin{cases} 2x = -6, \\ 2y = -10; \end{cases} \\ \begin{cases} 2x = 6, \\ 2y = 10; \end{cases} \\ \begin{cases} 2x = -10, \\ 2y = -6; \end{cases} \end{array}\right. \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 5, \\ y = 3; \end{cases} \\ \begin{cases} x = -3, \\ y = -5; \end{cases} \\ \begin{cases} x = 3, \\ y = 5; \end{cases} \\ \begin{cases} x = -5, \\ y = -3. \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ. $(3;5), (-3;-5), (5;3), (-5;-3)$.

№3

$$\begin{cases} y^2 + x^2 - 3xy = 4, \\ y^2 - x^2 + 4x = 4; \end{cases} \begin{cases} y^2 + x^2 - 3xy = 4, \\ y^2 - x^2 + 4x - 4 = 0; \end{cases} \begin{cases} y^2 + x^2 - 3xy = 4, \\ y^2 - (x^2 - 4x + 4) = 0; \end{cases} \begin{cases} y^2 + x^2 - 3xy = 4, \\ y^2 - (x - 2)^2 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + x^2 - 3xy = 4, \\ (y - (x - 2))(y + (x - 2)) = 0; \end{cases} \begin{cases} y^2 + x^2 - 3xy = 4, \\ (y - x + 2)(y + x - 2) = 0; \end{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y^2 + x^2 - 3xy = 4, \\ y - x + 2 = 0; \end{cases} \\ \begin{cases} y^2 + x^2 - 3xy = 4, \\ y + x - 2 = 0; \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} y^2+x^2-3xy=4, \\ y=x-2; \end{cases} \\ \begin{cases} y^2+x^2-3xy=4, \\ y=2-x; \end{cases}\end{array}\right. \left[\begin{array}{l}\begin{cases} (x-2)^2+x^2-3x(x-2)=4, \\ y=x-2; \end{cases} \\ \begin{cases} (2-x)^2+x^2-3x(2-x)=4, \\ y=2-x; \end{cases}\end{array}\right. \left[\begin{array}{l}\begin{cases} x^2-4x+4+x^2-3x^2+6x=4, \\ y=x-2; \end{cases} \\ \begin{cases} x^2-4x+4+x^2-6x+3x^2=4, \\ y=2-x; \end{cases}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} -x^2+2x=0, \\ y=x-2; \end{cases} \\ \begin{cases} 5x^2-10x=0, \\ y=2-x; \end{cases}\end{array}\right. \left[\begin{array}{l}\begin{cases} -x(x-2)=0, \\ y=x-2; \end{cases} \\ \begin{cases} 5x(x-2)=0, \\ y=2-x; \end{cases}\end{array}\right. \left[\begin{array}{l}\begin{cases} -x=0 \text{ или } x-2=0, \\ y=x-2; \end{cases} \\ \begin{cases} 5x=0 \text{ или } x-2=0, \\ y=2-x; \end{cases}\end{array}\right. \left[\begin{array}{l}\begin{cases} x=0, \\ y=0-2; \end{cases} \\ \begin{cases} x=2, \\ y=2-2; \end{cases} \\ \begin{cases} x=0, \\ y=2-0; \end{cases} \\ \begin{cases} x=2, \\ y=2-2; \end{cases}\end{array}\right. \left[\begin{array}{l}\begin{cases} x=0, \\ y=-2; \end{cases} \\ \begin{cases} x=2, \\ y=0; \end{cases} \\ \begin{cases} x=0, \\ y=2; \end{cases} \\ \begin{cases} x=2, \\ y=0. \end{cases}\end{array}\right.$$

Ответ. $(0;-2), (2;0), (0;2).$