

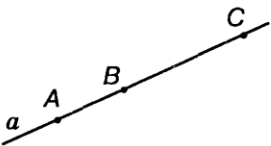
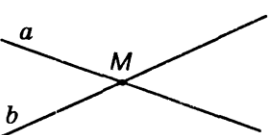
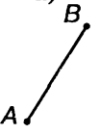

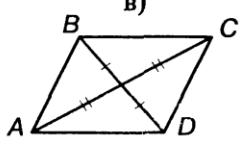
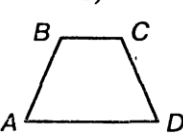
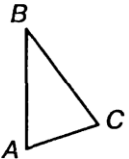
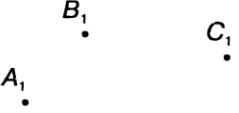
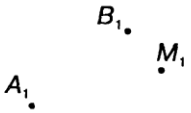
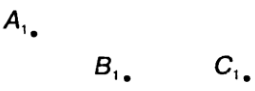
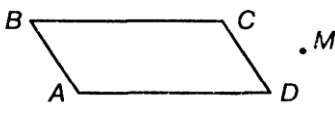
# ІЗОБРАЖЕННЯ ФИГУР НА ПЛОСКОСТІ

## ПОСТРОЕНИЕ СЕЧЕНИЙ

**Задание:**

- 1) прочитайте и законспектируйте §10 по учебнику «Геометрия 10» Г.П. Бевз и др., Профильный уровень, Киев, «Генеза», 2010;
- 2) найдите ответы на вопросы на стр.99;
- 3) выполните самостоятельную работу по предыдущему материалу;
- 4) проработайте §11.

### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

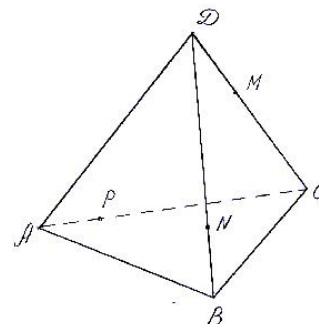
<p><b>1.</b></p>  <p>Чи можуть точки <math>A</math>, <math>B</math> і <math>C</math> бути паралельними проєкціями вершин трикутника <math>ABC</math>?</p>	<p><b>2.</b></p>  <p>Чи можуть прямі <math>a</math> і <math>b</math> бути паралельними проєкціями паралельних прямих?</p>
<p><b>3.</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>а)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>б)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>в)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>г)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>д)</p>  </div> </div> <p>Яка з фігур може бути паралельною проєкцією квадрата?</p>	
<p><b>4.</b></p>  <p>Точки <math>A_1</math>, <math>B_1</math> і <math>C_1</math> – паралельні проєкції вершин паралелограма <math>ABCD</math>. Побудувати проєкцію вершини <math>D</math>.</p>	<p><b>5.</b></p>  <p>Точки <math>A_1</math>, <math>B_1</math> і <math>M_1</math> – паралельні проєкції вершин <math>A</math>, <math>B</math> і точки перетину медіан трикутника <math>ABC</math> відповідно. Побудувати проєкцію вершини <math>C</math>.</p>
<p><b>6.</b></p>  <p>Точки <math>A_1</math>, <math>B_1</math> і <math>C_1</math> – паралельні проєкції вершин <math>A</math>, <math>B</math> і <math>C</math> правильного шестикутника <math>ABCDEF</math>. Побудувати проєкцію шестикутника.</p>	<p><b>7.</b></p>  <p>Чотирикутник <math>ABCD</math> – паралельна проєкція прямокутника. Точка <math>M</math> належить площині <math>ABC</math>. Побудувати проєкції перпендикулярів до сторін прямокутника, проведених через точку <math>M</math>.</p>

8.  $\triangle ABC$  параллельная проекция равностороннего треугольника. Внутри  $\triangle ABC$  взята точка М и точка Р на стороне АС. Постройте изображение перпендикуляров из точек М и Р к сторонам АС и АВ треугольника.

9.  $\triangle A_1 B_1 C_1$  - параллельная проекция  $\triangle ABC$ , постройте проекцию биссектрисы угла В, если  $AB:BC=3:5$ .

10. Дана параллельная проекция круга с центром О и хордой АВ. Постройте проекцию диаметра круга перпендикулярного к хорде АВ.

11. Решите задачу: постройте сечение тетраэдра DACB плоскостью, проходящей через точки М, N, Р (точки указаны на чертеже)



### СПРАВОЧНИК

Чтобы решить задачу построения сечения многогранника необходимо знать:

- что значит построить сечение многогранника плоскостью;
- как могут располагаться относительно друг друга многогранник и плоскость;
- как задается плоскость;
- когда задача на построение сечения многогранника плоскостью считается решенной.

Поскольку плоскость определяется:

- тремя точками;
- прямой и точкой;
- двумя параллельными прямыми;
- двумя пересекающимися прямыми,

построение плоскости сечения проходит в зависимости от задания этой плоскости.

Поэтому все способы построения сечений многогранников можно разделить на 3.

1. Метод следов.

2. Метод вспомогательных сечений.

3. Комбинированный метод.

Можно также выделить следующие методы построения сечений многогранников:

- построение сечения многогранника плоскостью, проходящей через заданную точку параллельно заданной плоскости;

- построение сечения, проходящего через заданную прямую параллельно другой заданной прямой;
- построение сечения, проходящего через заданную точку параллельно двум заданным скрещивающимся прямым;
- построение сечения многогранника плоскостью, проходящей через заданную прямую перпендикулярно заданной плоскости;
- построение сечения многогранника плоскостью, проходящей через заданную точку перпендикулярно заданной прямой.

**Метод следов** заключается в построении следов секущей плоскости на плоскость каждой грани многогранника. Построение сечения многогранника методом следов обычно начинают с построения так называемого основного следа секущей плоскости, т.е. следа секущей плоскости на плоскости основания многогранника.

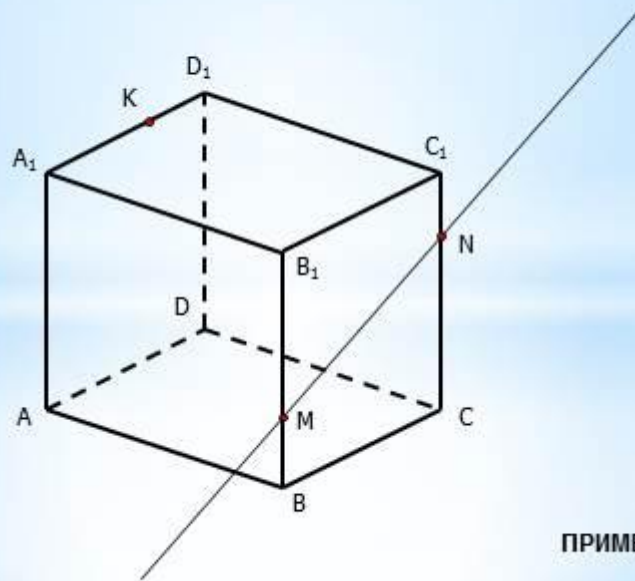
## Метод «следов»

- Две плоскости пересекаются по прямой (эта аксиома и дала названию метода – под «следом» понимается прямая пересечения какой-либо грани многогранника и секущей плоскости).
- Получение «следа» сводится к получению двух точек, принадлежащих одновременно какой-нибудь грани многогранника и секущей плоскости (подумайте, почему именно двух!?).
- Точки получаются как пересечение двух прямых, **принадлежащих одной и той же плоскости.**

**ПРИМЕЧАНИЕ.** Не забудьте, что прямая и плоскость являются бесконечными в пространстве фигурами!

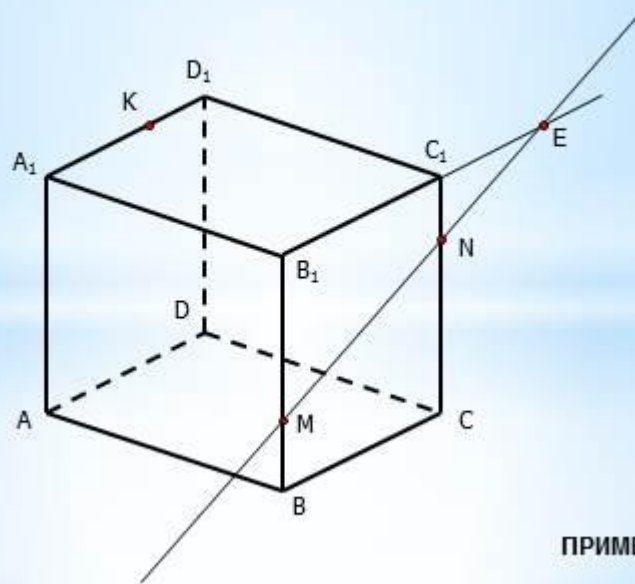
Проследим на примере построение сечения куба плоскостью, заданной тремя данными точками М, N и К.

Выбираем точки  $M$  и  $N$ , принадлежащие одной грани и строим прямую  $MN$  – «след» пересечения правой грани и секущей плоскости.



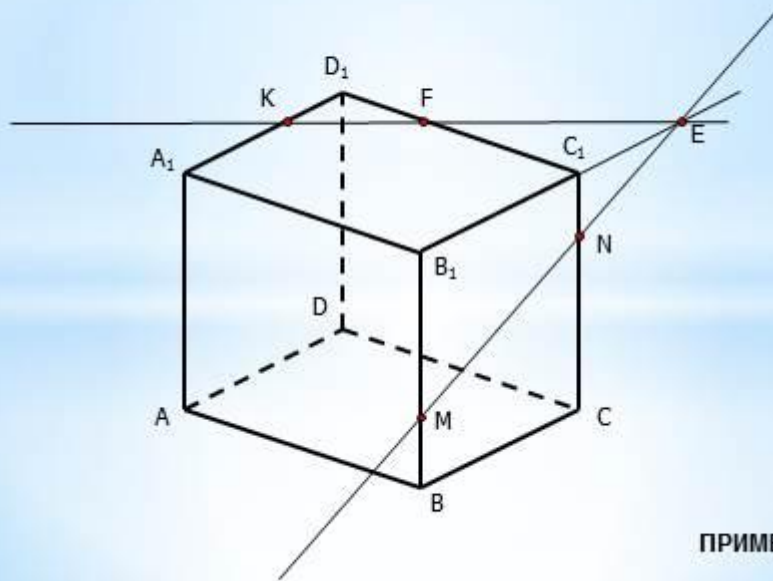
ПРИМЕР 1.

Теперь обращаем внимание, что ребро куба  $B_1C_1$  лежит в одной грани с третьей точкой сечения  $K$  (верхней) и в одной грани с появившейся прямой  $MN$  (правой). Находим точку пересечения этих прямых – точку  $E$ .



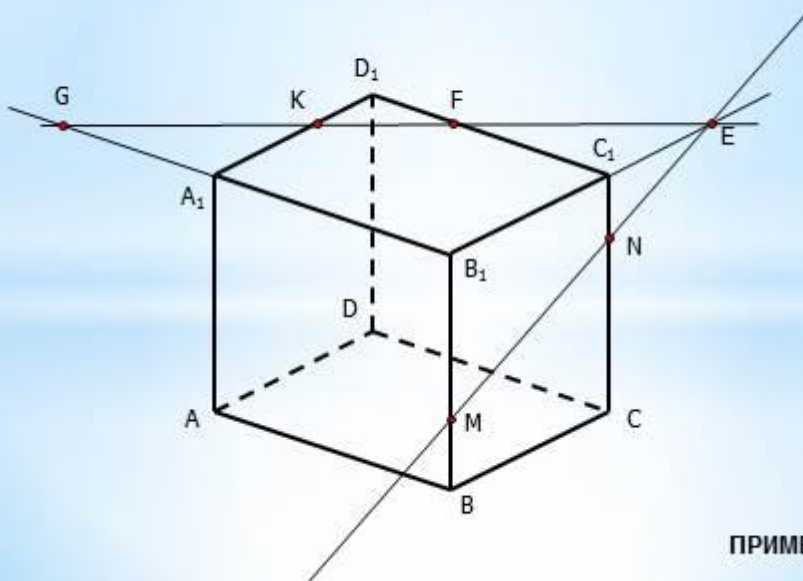
ПРИМЕР 1.

Точки E и K принадлежат верхней грани и секущей плоскости. Значит, прямая EK – «след» их пересечения и  $F \in D_1C_1$ , EK.



ПРИМЕР 1.

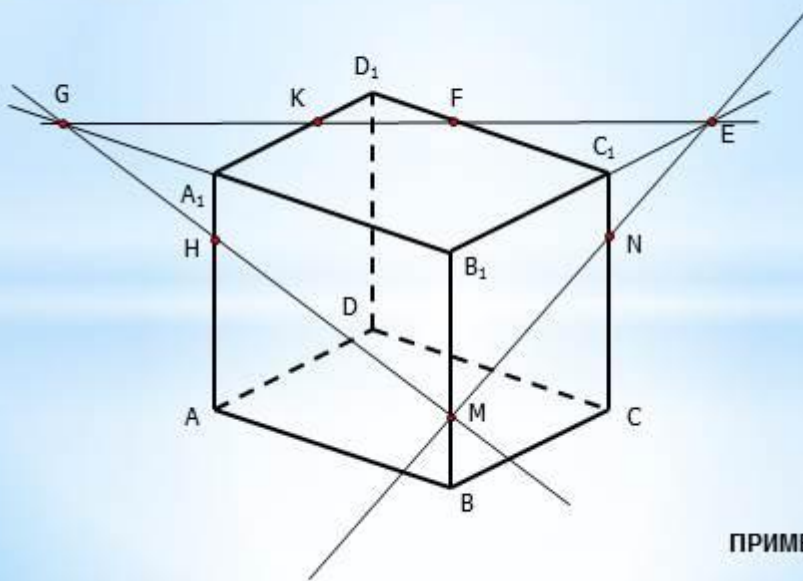
Далее видим, что ребро куба  $A_1B_1$  лежит в одной грани с появившимся следом EK (верхней). Находим точку пересечения этих прямых – точку G.



ПРИМЕР 1.

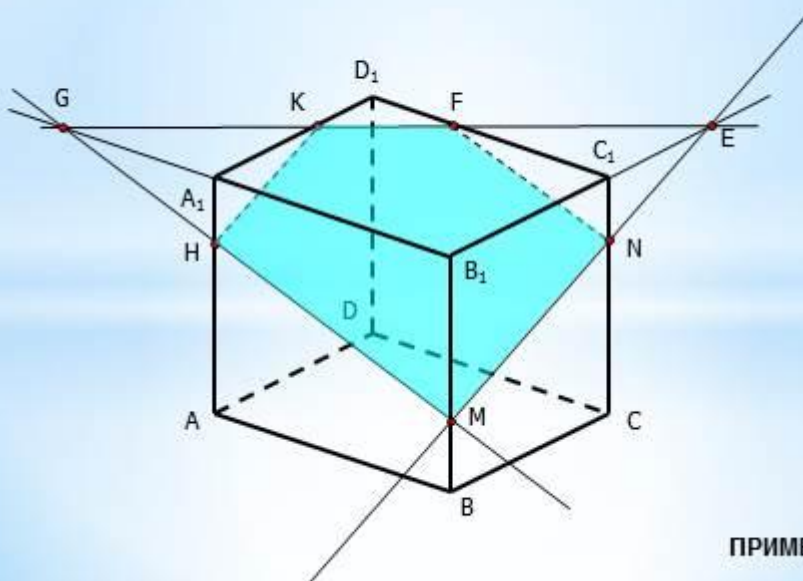
Полученная точка G лежит в одной грани с точкой M (в передней) и обе точки принадлежат секущей плоскости – значит, прямая GM – очередной «след»!

Причем,  $GM \cap AA_1 = H$ .



ПРИМЕР 1.

Остается соединить отрезками все пары точек, лежащие в секущей плоскости и в одной грани куба.



ПРИМЕР 1.

Полученный пятиугольник MNFKH – искомое сечение куба.

### Задача 1.

Построить сечение призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью, проходящей через точки P, Q, R (точки указаны на чертеже (рис.3)).

*Решение.*



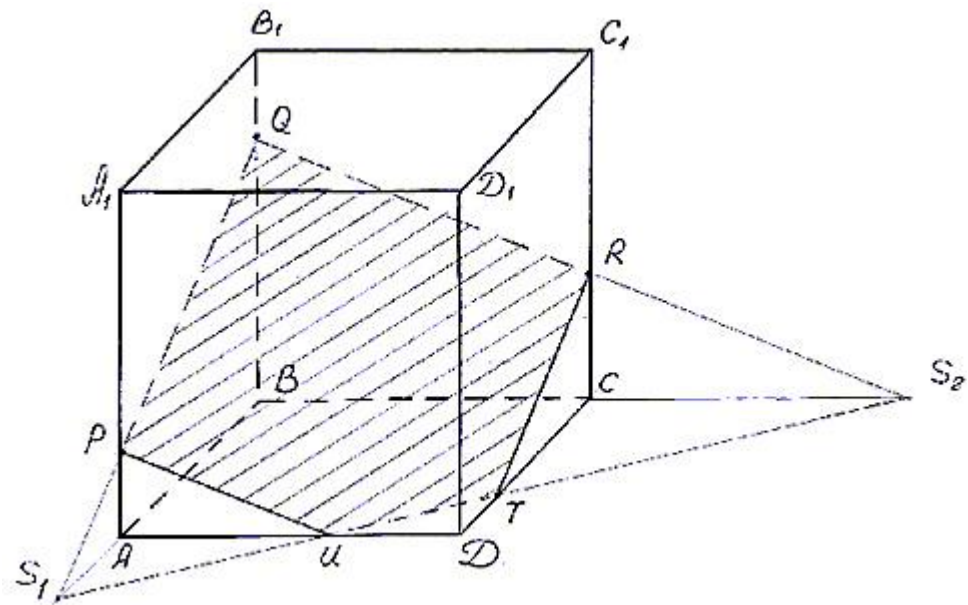


Рис. 3

1. Построим след секущей плоскости на плоскость нижнего основания призмы. Рассмотрим грань  $AA_1B_1B$ . В этой грани лежат точки сечения  $P$  и  $Q$ . Проведем прямую  $PQ$ .
2. Продолжим прямую  $PQ$ , которая принадлежит сечению, до пересечения с прямой  $AB$ . Получим точку  $S_1$ , принадлежащую следу.
3. Аналогично получаем точку  $S_2$  пересечением прямых  $QR$  и  $BC$ .
4. Прямая  $S_1S_2$  - след секущей плоскости на плоскость нижнего основания призмы.
5. Прямая  $S_1S_2$  пересекает сторону  $AD$  в точке  $U$ , сторону  $CD$  в точке  $T$ . Соединим точки  $P$  и  $U$ , так как они лежат в одной плоскости грани  $AA_1D_1D$ . Аналогично получаем  $TU$  и  $RT$ .
6.  $PQRTU$  – искомое сечение.

### Задача 2.

Построить сечение параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью, проходящей через точки  $M, N, P$  (точки указаны на чертеже (рис.4)).

*Решение.*

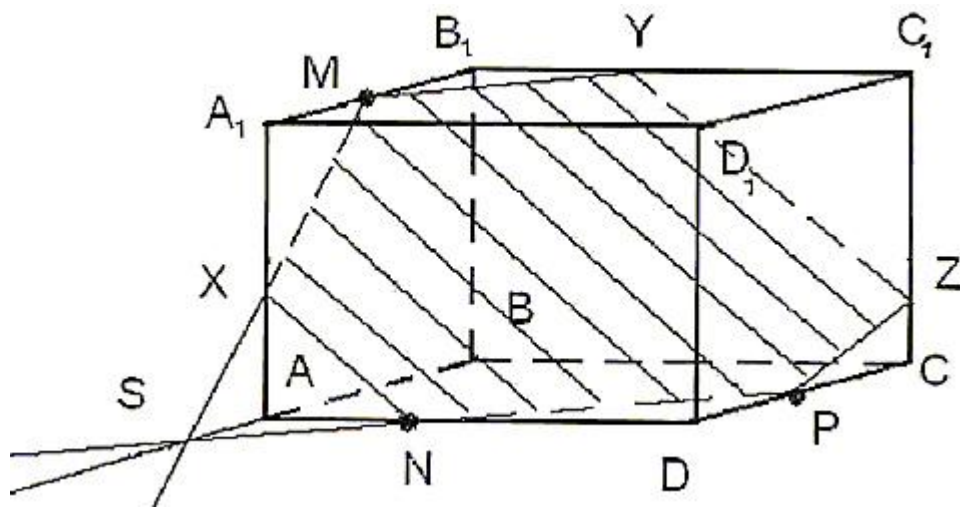


Рис. 4

1. Точки N и P лежат в плоскости сечения и в плоскости нижнего основания параллелепипеда. Построим прямую, проходящую через эти точки. Эта прямая является следом секущей плоскости на плоскость основания параллелепипеда.
2. Продолжим прямую, на которой лежит сторона AB параллелепипеда. Прямые AB и NP пересекутся в некоторой точке S. Эта точка принадлежит плоскости сечения.
3. Так как точка M также принадлежит плоскости сечения и пересекает прямую AA<sub>1</sub> в некоторой точке X.
4. Точки X и N лежат в одной плоскости грани AA<sub>1</sub>D<sub>1</sub>D, соединим их и получим прямую XN.
5. Так как плоскости граней параллелепипеда параллельны, то через точку M можно провести прямую в грани A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>, параллельную прямой NP. Эта прямая пересечет сторону B<sub>1</sub>C<sub>1</sub> в точке Y.
6. Аналогично проводим прямую YZ, параллельно прямой XN. Соединяем Z с P и получаем искомое сечение – MYZPNX.

Виконані роботи чекаємо за адресами:

301 група [elenamilaenko@ukr.net](mailto:elenamilaenko@ukr.net),

303 група [pavel33@ukr.net](mailto:pavel33@ukr.net).